

# 基于点探测器和柱面源双位置扫描的直接体积 CT 的研究

徐 昊, 庄天戈, 柴新禹

(上海交通大学生物医学工程系, 上海 200030)

**摘 要:** 目前直接体积 CT 主要存在两大困难: 一是如何获得三维图像精确重建所需的投影数据, 包括扫描方式的可实现性; 二是如何尽量避免康普顿散射对重建图像质量的影响. 针对这些问题, 本文提出一种新型的直接体积 CT 成像模式, 即采用 X 线栅形扫描的柱面源、一组分布在大圆和垂直圆弧上的多个点状探测器采集数据, 通过柱面源的一次旋转即可得到完全的投影数据. 本文对该扫描装置的结构中 X 线柱面源的形状和尺寸、探测器的个数和位置分布进行了详细的说明, 并对该装置的完全性条件进行论证. 然后结合此扫描结构的特点, 给出一种三维图像重建算法. 计算机仿真实验的结果表明, 该扫描结构在保证投影数据完全的条件下, 实现了机械转动次数最少、有效抑制康普顿散射、提高三维图像重建速度和精度的目的, 使直接体积 CT 的成像速度和重建精度比现有模式大大提高.

**关键词:** 计算机断层成像术; 直接体积成像; 康普顿散射; 柱面源; 点探测器; 图像重建

中图分类号: R814.42 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2002)10-1536-04

## Research of Direct Volume CT with Point Detectors and Trough like X-ray Source Scanning at Two Positions

XU Hao, ZHUANG Tiange, CHAI Xinryu

(Dept. of Biomedical Eng., Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Now the existing direct volume CT methods face two difficulties: first, how to get the projection data to reconstruct the 3D image exactly, including whether the scanning structure is practical; second, how to reduce the effect of Compton scatter on reconstruction image. To these difficulties, we propose a novel imaging mode of cone beam volume CT in this paper. It adopts a columned plane source with X-ray grid scanning on it, and a group of point detectors distributing on a large circle plus an orthogonal arc. Through the columned plane source rotates one time, full projection data could be acquired. This paper gives the structure of the device, explains the shape and dimension of columned plane X-ray source in detail, shows the distributing of detectors, and proves that this structure satisfies the complete condition. Then according to the characteristics of this scanning structure, a fast reconstruction algorithm is given. The computer simulations indicate that in the condition of sufficient projections, this structure could achieve optimal combination of the following three: minimal rotating times, restrained Compton scatter, and improved image reconstruction. It greatly improves image reconstruction speed and precision compared with conventional scanning structures.

**Key words:** computer tomography (CT); direct volume imaging; Compton scatter; trough like source; point detector; image reconstruction

### 1 引言

直接体积 CT 是传统的断层 CT 的一种推广, 它用锥形束 X 射线源取代扇形束或笔束 X 射线源, 按照一定的轨迹进行旋转扫描, 并用面状探测器代替线状探测器, 采集到二维的投影数据, 再由二维投影数据重建得到体积图像. 因此有时又称之为“锥形束 CT”或“体积 CT”. 不同于用常规 CT 先重建二维图像, 再堆砌成三维体积图像的模式, 体积 CT 在 X 射线的利用率、获取投影数据的速度、特别在重建物体的空间和密度分辨率的各向同性等方面, 具有显著的优点.

目前直接体积 CT 的主要研究方法有: ①基于理想锥顶轨迹的直接体积 CT<sup>[1]</sup>. ②基于不完全投影数据的体积 CT 的研究<sup>[2]</sup>. 这种方法以牺牲数据的完全性条件为代价, 借助不完全数据的重建理论, 重建立体图像. ③基于螺旋扫描的直接体积 CT<sup>[3]</sup>, 即把锥形束扫描与螺旋 CT 技术相结合, 并用面状探测器代替点状探测器, 得到螺旋结构的直接体积 CT.

上述的这些方法, 目前都存在着诸多困难, 如理想的非平面的锥顶轨迹实际上很难能实现; 面状探测器受康普顿散射影响大, 重建图像有伪影; 重建算法复杂, 数据量巨大, 计算时间长. 另外, 在螺旋体积 CT 中, 扫描床必须快速移动, 重建图像的伪影更加不可避免, 这也不利于介入手术的实现. 所有这些缺点都严重地阻碍了直接体积 CT 的实用化步伐.

本文旨在突破传统的直接体积 CT 的扫描构架, 研究一种新型的直接体积 CT 成像模式, 以最少的机械运动采集完全的投影数据, 提高体积 CT 的扫描速度和重建图像精度, 从而解决直接体积 CT 研究方法中所遇到的一系列问题.

### 2 基于点探测器和柱面源的直接体积 CT

本文提出一种新颖的直接体积 CT 扫描结构, 即采用柱面 X 线源与点状探测器的扫描结构. 该扫描结构的最大优点就是可以十分方便地得到完全的投影数据, 解决了当前其他直接体积 CT 方法中的诸多困难, 如完全成像的扫描轨迹实

现不便、面状探测器受康普顿散射影响大等等。

### 2.1 扫描结构

本结构由一个 X 线栅形扫描的柱面源和一组分布在一个大圆和垂直圆弧上的点状探测器组成。首先,电磁线圈控制电子束在柱面上形成栅形扫描的 X 射线源,同时一组点

探测器采集投影数据。然后,柱面转到下一个位置扫描,从而采集到精确重建三维图像所需的全部投影数据。扫描结构可用图 1 表示。图中的小圆圈表示点状探测器,它们均匀地分布在一个大圆和与之垂直的小圆弧上,并分别接至计算机的模数转换器。

### 2.2 尺寸计算

根据 Tuy<sup>[1]</sup> 体积重建的完全性条件,可以计算出本结构中柱面源两次扫描并得到完全的投影数据所要求的空间结构及最小尺寸。假定,被测对象的半径为  $r_1$  (或被半径为  $r_1$  的球所包含);扫描面阵是半径为  $r_2$  的圆柱面;探测器所在的大圆和圆弧半径均为  $r_3$ 。面源、探测器和被测对象之间的大小、位置关系如图 2 所示。

图 2 的三个同心圆(圆心为  $O$ )从内到外依次表示被测对象、面源和探测器所在的大圆,另外,探测器所在的圆弧与此大圆同心、同半径,并垂直相交于圆弧的中心,圆弧所在的位置是通过  $O$  点作  $MC$  的垂线,与探测器大圆于面源对侧的  $G$  点,则  $G$  点就是垂直弧段所在的位置,如图 2 中所示。

面源的右半部分将通过面源的旋转来实现。过面源的底部  $M$  点作切线,交探测器大圆于  $A, B$  两点。作直线  $MO$ ,交探测器大圆于  $N, L$  两点。再过  $B$  点作被测对象的切线,交面源于  $C$  点。则  $MC$  是面源的最小弧长。另外,根据体积 CT 完全性条件的需要,要使面源发出的 X 线不被其本身所遮挡,因此有这样的限制条件:  $r_2 \sin \alpha \geq r_1$ , 其中  $\alpha$  是  $MC$  和  $ML$  夹角并且有  $\alpha = \pi/2 - (2\pi - \arccos(r_1/r_2) - 2\arccos(r_1/r_3))/2$ 。根据上面两式构成的不等式方程,我们取这样的一组解:  $r_2 = 3r_1$ ,

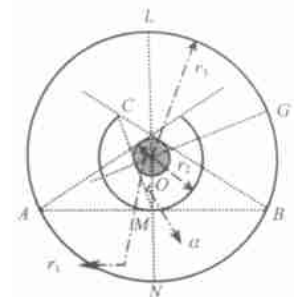


图 2 柱面源和探测器的尺寸、位置与被测对象之间关系

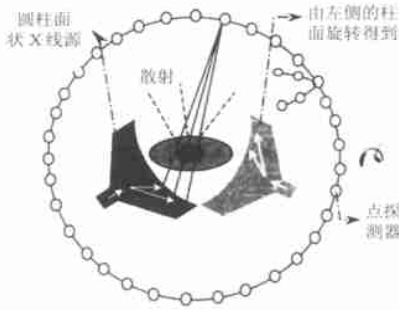


图 1 基于柱面源和点探测器的直接体积 CT 扫描装置图

$$r_3 = 8r_1.$$

下面我们来确定垂直弧段的弧度,其弧长关系由图 3 中所示。过  $L$  点和和探测器大圆垂直的平面内作垂线  $EF$ ,过  $M$  点在平面  $NEF$  内作被测对象的切线  $MH$ ,过  $G$  点作平行于  $AB$  的直线交  $NL$  于  $D$  点,过  $D$  点作直径  $NL$  的垂线,并和切线  $MH$  交于  $H$ ,设  $HD$  的长度为  $x_1$ 。再过  $N$  点在平面  $NEF$  内作被测对象的切线,和垂线  $EF$  交于  $E$  点,设垂线段  $EL$  的长度为  $x_2$ 。则探测器所在的垂直弧段的弧度应取  $\max\{2\arctan^{-1}(x_1/r_1), 2\arctan^{-1}(x_2/r_3)\}$ ,且于大圆垂直相交于弧段的中心。由上面选取的三个圆半径之间的关系,则这里的弧段的弧度为:  $4\arcsin(1/8)$ 。

下面我们再来确定 X 线面源的大小,上面我们已经给出了面源的最小弧长为  $MC$ ,这里我们不妨取。因为我们设计的面源是圆柱面,所以只要再确定它的最小宽度就可以了。显然由垂直弧段的端点作被测对象的切线,与面源相交的点就是面源的边界点,这里我们取面源的宽度为  $3r_1$ 。

### 3 完全性条件证明

在 X 射线测量系统中,存在着这样的一种对称关系,即源与探测器位置的交换不影响测量值。在本文的扫描装置中,经过 X 线源栅形扫描面的一次旋转,可将被测物体“完全包围”,即过物体的任一平面都与扫描面至少有一个交点。因此,本扫描装置满足 Tuy 等人给出的完全性条件<sup>[1]</sup>。

另外,从探测器的角度来看,该装置的探测器分布在一个大圆和一个垂直弧段上,等比于 X 线源的锥顶沿圆加垂直弧段,这也是满足完全性条件的。需要说明的是,我们在设计 X 线源的位置和尺寸时,尽管已经使探测器所在大圆的上半部分即圆弧  $ALB$  获得完全的投影数据,但是,大圆的下半部分即圆弧  $ANB$  由于受到柱面源的部分遮挡,不能采集到全部的投影数据,靠近底部的部分甚至无投影数据。还请注意,由于我们取垂直圆弧的弧度为  $\max\{2\arctan^{-1}(x_1/r_1), 2\arctan^{-1}(x_2/r_3)\}$ ,则可以使任何与大圆的下半部分即圆弧  $ANB$  相交的平面也与垂直圆弧相交,那么,完全性条件可以得到满足。

### 4 三维图像重建

#### 4.1 锥束投影和三维 Radon 变换

下面我们先来介绍一种典型的锥顶轨迹为圆加垂直单弧段的体积 CT 的重建算法,即基于 Radon 变换和 Grangeat 公式的锥形束重建算法。

首先,用密度函数  $f(x)$  表示被测对象,其锥形束投影  $g$  可以表示为:

$$g(S, A) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathcal{O}S + t\tau) dt \quad (1)$$

其中  $g(S, A)$  表示从某一锥顶  $S$  到探测器平面  $\xi$  上一点  $A$  的 X 线投影,  $O$  为探测器平面  $\xi$  的原点,  $OS$  和探测器平面  $\xi$  的法线方向相同,  $\tau$  为投影直线的单位向量。

则被测对象的 Radon 变换可以定义为  $f(x)$  的面积分。在如图 4 所示的三维 Cartesian 空间中,任意 Radon 平面  $\zeta$  都可以定义为单位矢量  $\theta$  和标量  $\rho$  的函数,其中:

$$\theta = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) \quad (2)$$

图 3 探测器所在的垂直弧段的长度关系图

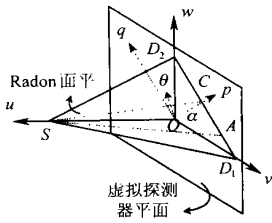
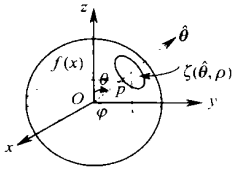


图 4 物体  $f(x)$  在三维 Radon 变换 图 5 建立 Grangeat 公式的  
中任意 Radon 平面  $\zeta(\theta, \rho)$  锥束投影坐标系

是平面  $\zeta(\theta, \rho)$  的法线矢量,  $\rho$  是该平面到坐标原点的距离. 那么物体  $f(x)$  的三维 Radon 变换可以表示为:

$$R(\theta, \rho) = \iiint f(x) \delta(x \cdot \theta - \rho) dx \quad (3)$$

则由三维 Radon 逆变换可以精确重建被测对象的密度函数  $f(x)$ :

$$f(x) = -\frac{1}{4\pi^2} \iint_{\mathcal{R}^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} R(\theta, \rho) \right] \Big|_{\rho=x \cdot \theta} d\omega \quad (4)$$

其中  $d\omega = [\sin \mu] d\mu d\varphi$ . 如果由投影数据  $g(S, A)$  可得  $R(\theta, \rho)$ , 则可由上式得到  $f(x)$ , 这就是下面的 Grangeat 公式.

#### 4.2 Grangeat 公式

Grangeat 公式建立了被测对象的锥束投影和物体三维 Radon 变换一阶导数的关系.

在如图 5 所示的局部坐标系  $(\mu, \nu, \omega)$  中, 坐标轴  $\nu$  和  $\omega$  构成探测器平面  $\xi$ .  $\mu$  轴和  $OS$  重合, Radon 平面  $\zeta(\theta, \rho)$  通过焦点  $S$  并于探测器平面  $\xi$  交于直线  $D_1D_2$ . 另一个局部坐标系  $(\mu, \nu, q)$ , 是将  $\nu$  轴和  $\omega$  轴相对于  $\mu$  轴旋转  $\alpha (\alpha \in [0, \pi])$  角得到, 并使  $p$  轴垂直于直线  $D_1D_2$ . 于是, 直线  $D_1D_2$  上的任意一点  $A$  在坐标系  $(\mu, \nu, \omega)$  中的坐标为  $(0, \nu, \omega)$ . 即射束  $SA$  可由  $\Phi, \nu$  和  $\omega$  唯一确定. 因此, 沿着  $SA$  方向的锥束投影可以表示为:  $g(\Phi, \nu, \omega)$ . 于是就有下面的 Grangeat 公式:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} R(\theta, \rho) = \frac{|SC|^2}{|SO|^2} \frac{\partial}{\partial p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|SO|}{|SA|} g(\Phi, \nu, \omega) dq \quad (5)$$

其中,  $p = \nu \cos \alpha + \omega \sin \alpha, q = -\nu \sin \alpha + \omega \cos \alpha$ .

假设:  $G(\Phi, \nu, \omega) = \frac{|SO|}{|SA|} g(\Phi, \nu, \omega) \quad (6)$

则由式(5)可以推出:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} R(\theta, \rho) &= \frac{|SC|^2}{|SO|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \alpha \frac{\partial}{\partial \nu} G(\Phi, \nu, \omega) \\ &+ \sin \alpha \frac{\partial}{\partial \omega} G(\Phi, \nu, \omega) ] dq \quad (7) \end{aligned}$$

因为上式右侧的偏导数  $\frac{\partial}{\partial \nu} G(\Phi, \nu, \omega)$  和  $\frac{\partial}{\partial \omega} G(\Phi, \nu, \omega)$  在整个重建过程中只需计算一次, 所以计算复杂度将大大降低. 这对于临床应用是十分有利的.

#### 4.3 投影数据的转换

所谓数据转换就是找出式(7)的左右两侧参数之间的关系, 即被测对象内的点与 X 线源锥顶、探测器平面坐标之间的关系. 在这里就是 Radon 空间中的点  $(\theta, \varphi, \rho)$  与相应的焦点位置  $S$ 、积分方向  $\alpha$  以及积分路径到坐标原点距离  $p$  之间的关系. 根据不同的精度和效率要求, 可以用两种方法来实现:

(1) 前向映射. 在 Radon 域采用外推法由离散的  $\Phi, \alpha$  和  $p$  值

推出离散的  $\theta, \varphi$  和  $\rho$  值; (2) 后向映射<sup>[2]</sup>, 在积分域  $(\Phi, \alpha, p)$  由离散的  $\theta, \varphi$  和  $\rho$  值推出离散的  $\Phi$  和连续的  $\alpha$  和  $p$  值. 显然, 后向映射法更符合本文的计算特点.

设任意 Radon 平面于圆轨迹的两个交点分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 并按  $S_1, S_2, O$  顺时针排列. 再假定  $OS_1$  与  $x$  轴的夹角为  $\phi_{c1}$ ,  $OS_2$  与  $x$  轴的夹角为  $\phi_{c2}$ .

则对于圆轨迹:

(1) 对于  $\phi_{c1}$ :

$$p = \frac{D\rho}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \quad (8a)$$

$$\alpha = \begin{cases} \sin^{-1} \left( \frac{D \cos \theta}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \rho \geq 0 \\ \pi - \sin^{-1} \left( \frac{D \cos \theta}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \rho < 0 \end{cases} \quad (8b)$$

(2) 对于  $\phi_{c2}$ :

$$p = \frac{D\rho}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \quad (9a)$$

$$\alpha = \begin{cases} \pi - \sin^{-1} \left( \frac{D \cos \theta}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \rho \geq 0 \\ \sin^{-1} \left( \frac{D \cos \theta}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \rho < 0 \end{cases} \quad (9b)$$

对于圆弧轨迹:

$$p = \frac{D\rho}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \quad (10a)$$

$$\alpha = \begin{cases} \cos^{-1} \left( \frac{D \sin \theta \sin \varphi}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \theta \in (0, \pi/2] \\ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{D \sin \theta \sin \varphi}{\sqrt{D^2 - \rho^2}} \right), \theta \in (-\pi/2, 0] \end{cases} \quad (10b)$$

在本文的扫描结构中, 实际的探测器平面是与圆轨迹平面垂直的圆柱面, 因此要将上面的平面探测器上的点转化为实际的圆柱面探测器上的点. 显然, 平面探测器上的点和圆柱面探测器上的点存在一一对应关系.

在如图 6 所示的探测器面转换坐标系中, 圆柱面探测器  $(\Phi, \alpha, p)$  对应于平面探测器的坐标可以表示为:  $(\Phi, \beta, t)$ . 其中,

$$\beta = \pi - \arccos \frac{r_2^2 + r_3^2 - x^2}{2r_2 r_3}; t = \frac{xp |\cos \alpha|}{\sqrt{(r_2 + r_3)^2 + p^2 \sin^2 \alpha}} \quad (11)$$

其中  $x$  可以通过以下方程解得:  $r_2^2 = x^2 + r_3^2 - 2xr_3 \cos(\arctg \frac{p \sin \alpha}{r_2 r_3})$ .

也就是说, 在从 Radon 空间中的点找到对应的平面探测器上的点以后, 还要再把它转换为对应的圆柱面探测器上的点.

至此, 在上面的计算 Radon 变换一阶导数  $\frac{\partial}{\partial \rho} R(\theta, \rho)$  的基础上, 再通过  $\frac{\partial}{\partial \rho} R(\theta, \rho)$  和 1D 导数滤波器的卷积, 即可得到 Radon 变换二阶导数. 于是, 我们可以通过式(4), 由投影重建被测对象.

#### 4.4 三维图像重建算法

通过本装置球面形扫描源的一次旋转,得到被测对象的锥形束投影数据,由投影数据重建三维图像的过程可以表述如下:

- (1) 锥束投影数据的加权,如式(6);
- (2) 计算加权投影数据的偏导数,如式(7);
- (3) 两次转换投影数据,得到 Radon 变换一阶导数,如式(8a)至式(11);
- (4) 计算 Radon 变换的一阶导数与 1D 导数滤波器的卷积,得到 Radon 变换二阶导数;
- (5) 由 Radon 逆变换重建三维图像,如式(4)。

### 5 仿真实验研究

我们分别用 Shepp Logan 模型和 Defrise 模型进行了计算机仿真实验。Shepp Logan 模型图像重建算法的精度比较敏感,它能够较好地反映重建算法的好坏。Defrise 模型能够有效地反映投影数据的完全性,它可以从一个方面用于评价扫描结构的优劣。因此上述二模型已广泛应用于锥形束投影重建算法的性能评估,以及投影数据的完全性情况说明。

在本文的仿真实验中,假设每 3 度放置一个点状探测器,则圆加垂直圆弧(大约 30°)上共有 130 个探测器,即相当于锥形束扫描取得 130 组的投影数据。图 7 所示为 Shepp Logan 模型的原始图像和重建体积的切片图像。重建的体积为 128 × 128 × 128。图 8 所示为 Defrise 模型的矢状面的原始图像和重建图像,以及对应画线位置的像素灰度图。

实验误差可以从以下几个方面来分析。首先是由于探测器的个数不足引起的,本文中的探测器个数主要是考虑数据

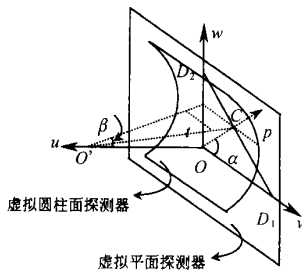


图 6 平面探测器和圆柱面探测器对应与转换关系

量和运算时间而设置的;其次,本文算法中从被测对象的 Radon 平面到投影数据进行了两次转换,引入了一定的误差;另外,从图像显示时,从 CT 数转换到 256 灰度级也有一定的信息损失。

### 6 结论

本文针对目前不同的直接体积 CT 方法所遇到的难题,给出一种基于柱面源和点探测器的直接体积 CT 扫描结构,其创新之处主要体现在以下几个方面:

- (1) 以设计独特的 X 线扫描源的几何形状,简化了机械系统的结构;
- (2) 利用特定分布的一组探测器采集数据,只需柱面 X 线源的一次运动,即可采集到完全的投影数据,从而实现了抑制康普顿散射、提高射线利用率和满足数据采集完全性条件的三者兼顾;
- (3) 无需移动被测对象,可以施行介入手术或介入治疗。

计算机仿真实验表明,本扫描结构可以实现精确、快速体积成像的目的。本结构不仅可用于临床诊断、工业无损检测,结合其结构特点还可以看出,尤其适用于小动物的成像研究,例如,可以应用于新药、新型治疗手段、或者是新型药物传送技术在小动物身上效果的观察,甚至进行功能性的成像研究。

### 参考文献:

- [ 1 ] H K Tuy. An inversion formula for cone beam reconstruction [ J ]. SIAM J. Appl. Math. , 1983, 43(3) : 546- 552.
- [ 2 ] R Ning, B Chen, R Yu, et al. Flat panel detector based cone beam volume CT angiography imaging: system evaluation [ J ]. IEEE Trans. On Medical Imaging, 2000, 19( 9 ) : 949- 963.
- [ 3 ] Ge Wang, C R Crawford, W A Kalender. Multitrow detector and cone beam spiral/helical CT [ J ]. IEEE Trans. On Medical Imaging, 2000, 19(9) : 817- 821.
- [ 4 ] Xiaohui Wang. A cone beam reconstruction algorithm for circle plus arc data acquisition geometry [ J ]. IEEE Tran. On Medical Imaging, 1999, 18(9) : 815- 824.

### 作者简介:



徐 昊 男, 1974 年生于江苏徐州, 上海交通大学生物医学工程系博士研究生, 研究方向为医学图像处理, 三维医学成像。



庄天戈 男, 1935 年生于上海, 上海交通大学教授、博士生导师, 主要从事医学图像处理、医学成像、计算机辅助手术、PACS 系统、MRI 的研究工作。

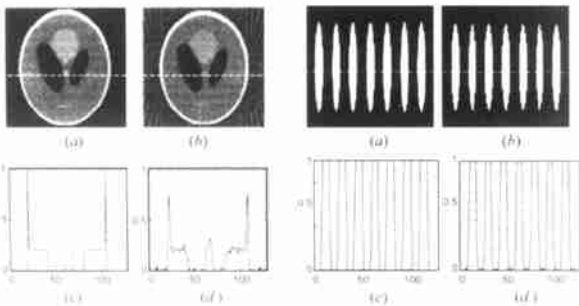


图 7 Shepp Logan 模型的原始图像与重建图像比较。

- (a) Shepp Logan 模型在 z = 80 处的切片图;
- (b) 三维体积重建对应位置的切片图像;
- (c) 原始图像在图中画线位置的像素灰度图;
- (d) 创建图像在图中画线位置的像素灰度图。

图 8 Defrise 模型的矢状面的图像比较。

- (a) Defrise 模型的矢状面原始图像;
- (b) 三维体积重建对应位置的切片图像;
- (c) 原始图像在图中画线位置的像素灰度图;
- (d) 创建图像在图中画线位置的像素灰度图。